

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Исследование статистических функционалов
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: А.М. Ченцов, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 03.02.2025

## Аннотация

Дисциплина "Исследование статистических функционалов" направлена на изучение методов и подходов, используемых для анализа и оценки статистических функционалов, которые представляют собой функции, определенные на пространстве вероятностных распределений. Курс охватывает теоретические и практические аспекты, связанные с оценкой, свойствами и применением статистических функционалов в различных областях науки и практики.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Целью курса является изучение теоретических основ современных статистических методов, в частности метода двойного машинного обучения.

#### Задачи дисциплины

Задачи дисциплины включают ознакомление базового курса статистики, случайных процессов и функционального анализа.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-5 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области информатики и вычислительной техники, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-5.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.2 Способен оценивать актуальность исследований в области информатики и вычислительной техники и их практическую значимость
	ОПК-5.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации

ОПК-6 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области информатики и вычислительной техники, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-6.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-6.2 Способен разрабатывать и модернизировать программное и аппаратное обеспечение информационных и автоматизированных систем
	ОПК-6.3 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-6.4 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-6.5 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий; владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;
- особенности представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах;
- основные понятия, результаты и задачи статистического анализа и инференции;
- наиболее успешные методы получения современных научно-исследовательских результатов в области статистического анализа;
- основные определения и формулировки наиболее важных результатов современного статистического анализа, полные доказательства самых важных утверждений и теорем из перечисленных областей математики.

уметь:

- анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов;
- при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений;
- следовать нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач;
- осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом;
- применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач статистического анализа и инференции;
- применять современные методы и результаты статистического анализа в научно-исследовательской работе.

владеть:

- методами математического моделирования;
- современными навыками научно-исследовательской работы в области статистики.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение. Метод фон Мизеса построения асимптотически нормальных статистик.	6	6		6
2	Дифференцирование по Адамару.	6	6		6
3	Элементы теории вероятностей на $C[0,1]$ и $D[0,1]$ : компактные множества в $D[0,1]$ , функционалы от ЭФР.	6	6		6
4	Анализ статистических функционалов: дифференцируемость обратного и неявного функционала.	6	6		6
5	Асимптотическая эффективность оценок.	6	6		6
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Введение. Метод фон Мизеса построения асимптотически нормальных статистик.

Производные Фреше статистических функционалов.

Статистические функционалы.

Асимптотическая нормальность.

Оценка параметров методом фон Мизеса.

Тестирование гипотез методом фон Мизеса.

## 2. Дифференцирование по Адамару.

Теорема о неявной функции.

3. Элементы теории вероятностей на  $C[0,1]$  и  $D[0,1]$ : компактные множества в  $D[0,1]$ , функционалы от ЭФР.

Построение и общие свойства M-, L- и R-оценок.

Основные свойства компактных множеств.

Компактность в различных топологических пространствах.

Компактные множества в функциональном анализе.

4. Анализ статистических функционалов: дифференцируемость обратного и неявного функционала.

Приложения: M-, L-, R-оценки.

Выборочные квантили.

Разложение Бахадура.

5. Асимптотическая эффективность оценок.

Введение в асимптотическую эффективность.

Асимптотическая нормальность.

Критерии асимптотической эффективности.

Применение асимптотической эффективности.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Стандартная аудитория для лекций, оснащенная мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система) и компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет».

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс], учеб. пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — М., Физматлит, 2011.— URL: <https://e.lanbook.com/book/2097> (дата обращения: 14.01.2021). - Полный текст (Режим доступа : из сети МФТИ / Удаленный доступ)
2. Математическая статистика [Текст] : [учебник для вузов] / А. А. Боровков .— [3-е изд., испр.] .— М. : Физматлит, 2007 .— 704 с.
1. Chernozhukov V., et. al. Double/debiased machine learning for treatment and structural parameters. *Econometrics Journal*. 2018. V.21. P. C1-C68.
2. Belloni A., Chernozhukov V., Kato K. Uniform post selection inference for LAD regression and other Z-estimation problems. *Biometrika*, 2014, V. 102, P. 77-94.
3. Neyman J. C(a) tests and their use. 1979, *Sankhya – the Indian journal of statistics*. V. 41(1/2). P.1-22.
4. Billingsley P. *Convergence of probability measures*. Wiley-Interscience, 1999.
5. Боровков А. А. Математическая статистика. Лань, 2021 г.

### Дополнительная литература

1. Теория вероятностей / А. А. Боровков. – Москва: Либроком, 2021.

1. Богачев В. И. Слабая сходимость мер. Ижевский институт компьютерных исследований, 2016 г.
2. Fernholz L. von Mises calculus for statistical functionals. Springer-Verlag, 1983.

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Успешное освоение курса требует самостоятельной работы студента с источниками. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций),
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях,

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** А.М. Ченцов, ассистент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Организует и координирует работу участников проекта, способствует конструктивному преодолению возникающих разногласий и конфликтов
	УК-3.2 Учитывает в своей социальной и профессиональной деятельности интересы, особенности поведения и мнения (включая критические) людей, с которыми работает/взаимодействует, в том числе посредством корректировки своих действий
	УК-3.3 Способен предвидеть результаты (последствия) как личных, так и коллективных действий
	УК-3.4 Способен планировать командную работу, распределять поручения членам команды, организовать обсуждение разных идей и мнений
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-5 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области информатики и вычислительной техники, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-5.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.2 Способен оценивать актуальность исследований в области информатики и вычислительной техники и их практическую значимость
	ОПК-5.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-6 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области информатики и вычислительной техники, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-6.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-6.2 Способен разрабатывать и модернизировать программное и аппаратное обеспечение информационных и автоматизированных систем
	ОПК-6.3 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-6.4 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-6.5 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте



ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационно-коммуникационных технологий владеет знанием основ философии и методологии науки; знанием методов научных исследований и навыками их проведения
	ПК-2.2 Имеет практически опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками
	ПК-2.3 Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Исследование статистических функционалов» обучающийся должен:

### знать:

- методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;
- особенности представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах;
- основные понятия, результаты и задачи статистического анализа и инференции;
- наиболее успешные методы получения современных научно-исследовательских результатов в области статистического анализа;
- основные определения и формулировки наиболее важных результатов современного статистического анализа, полные доказательства самых важных утверждений и теорем из перечисленных областей математики.

### уметь:

- анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов;
- при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений;
- следовать нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач;
- осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом;
- применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач статистического анализа и инференции;
- применять современные методы и результаты статистического анализа в научно-исследовательской работе.

### владеть:

- методами математического моделирования;
- современными навыками научно-исследовательской работы в области статистики.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Метод фон Мизеса построения асимптотически нормальных статистик. Разложение статистических функционалов в ряд Тейлора. Линейные и нелинейные статистические функционалы. Функция воздействия.
2. Функциональные производные Фреше, Адамара, Гато; общая формулировка в виде S-дифференцируемости. Примеры функционалов, дифференцируемых по Гато, но не по Адамару; по Адамару, но не по Фреше.
3. Теорема о дифференцировании по Адамару обратного функционала, неявного функционала.
4. Компактные множества в  $C[0,1]$  с равномерной топологией. Теорема Арцела-Асколи. Компактные множества в  $D[0,1]$ .
5. Теорема Прохорова. Неизмеримость эмпирического процесса; использование внешней меры для доказательства сходимости эмпирического процесса к броуновскому мосту.
6. Асимптотическая нормальность статистик, задаваемых функционалами, дифференцируемыми по Адамару.
7. M-оценки: доказательство дифференцируемости; примеры.
8. L-оценки: доказательство дифференцируемости; примеры.
9. R-оценки: доказательство дифференцируемости; примеры.
10. Дифференцируемость функционала выборочных квантилей. Разложение Бахадура.
11.  $C(a)$  тесты Неймана. Применение ортогонализированных оценок для оценки структурных параметров частично-линейных моделей.
12. Метод двойного машинного обучения. Примеры ортогонализированных оценок.
13. Метод двойного машинного обучения для квантильных моделей.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.